ATS 1999 - Corrigé

Partie A : Mise en équation

A1. $m\, d^2xm/dt^2 = -K\, d(xm-xb)/dt - f\, d(xm-xb)/dt$ et si $x = xm-xb$

$m\, d^2(x+xb)/dt^2 = -K\, dx/dt - f\, dx/dt$

$m\, d^2x/dt^2 + f\, dx/dt + Kx = -m\, d^2xb/dt^2$

A2. Pour écrire en complèxe il faut que le système soit linéaire.

A3. $j^2w^2m\underline{X} + jwf\underline{X} + K\underline{X} = -j^2w^2m\underline{Xb}$

Et $\underline{X}/\underline{Xb} = -mj^2w^2 / (mj^2w^2 + jwf + K)$

A4. $\gamma b = d^2xb/dt^2$ donc $\underline{\Gamma b} = j^2w^2\, \underline{Xb}$

A5. $\underline{TA} = \underline{X} / \underline{\Gamma b} = -m / (mj^2w^2 + fjw + K) = -(m/K) / (1 + jfw/K + j^2w^2\, m/K)$

$\underline{TA} = Ao / (1 + 2\tau jw/w_1 + j^2w^2/w_1^2)$

Si $Ao = -m/K$ $w_1 = (K/m)^{1/2}$ $\tau = f / 2(k\, m)^{1/2}$

A6. $G = 20 \log Ao - 20 \log [(1 - w^2/w_1^2)^2 + 4\tau^2w^2/w_1^2]$

$\lim G(w=0) = 20\log Ao$

$\lim G(w \to \infty) = 20\log Ao - 40\log w + 40\log w_1$

si $w = w_1$ alors $G = 20\log Ao - 20\log 2\tau$ et quand $\tau > 0,5$ $G < 20\log Ao$

$\tau < 0,5$ $G > 20\log Ao$

$\tau = 0,5$ $G = 20\log Ao$

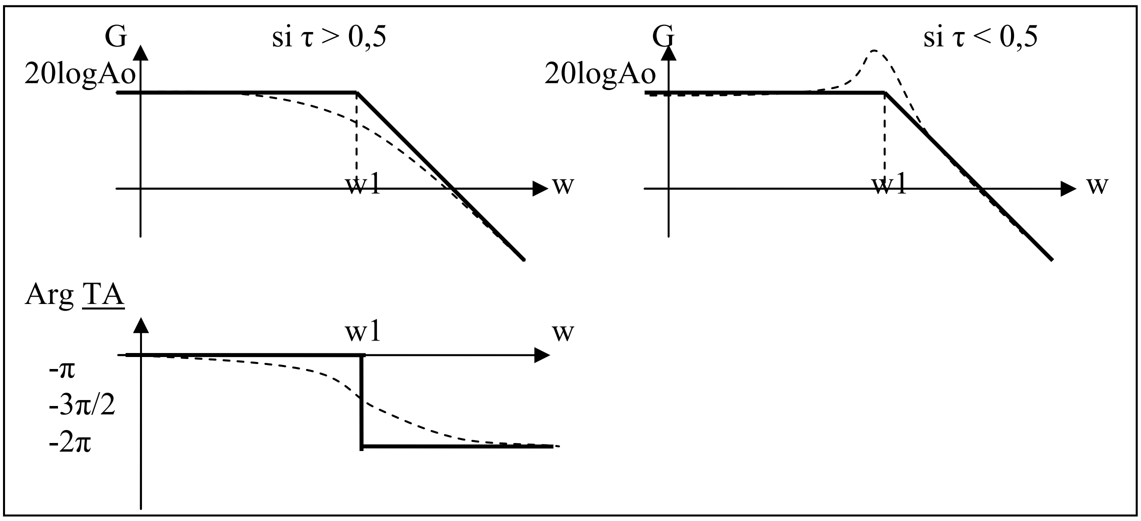
$\operatorname{Arg} \underline{TA} = -\pi - \operatorname{Arctg} [2\tau w/w_1(1-w^2/w_1^2)]$

$\lim \operatorname{Arg} \underline{TA}(w=0) = -\pi$

$\lim \operatorname{Arg} \underline{TA}(w \to \infty) = -2\pi$

Si $w = w_1$ alors $\operatorname{Arg} \underline{TA} = -3\pi/2$

Allure des diagrammes de Bode :



A7. En régime stable $w = 0$ et $xo = Ao.\gamma bo = -\gamma bo.m/k = -5\text{nm}$

A8. $Sn = |xo/\gamma bo| = 5{,}1.10^{-10}s^2$

A91. Si f = 0 alors $\underline{TA}' = Ao / (1-w^2/w_1^2)$
$wr = w_1 = (k/m)^{1/2} = 44{,}3.10^3$ rd/s

A92. $\gamma b = 10.g.\sin\Omega t$
$\underline{X} = 10.g.Ao / (1-\Omega^2/wr^2)$ donc $x(t) = [-10.g.m\ wr^2 /(wr^2-\Omega^2)] \sin\Omega t$

Partie B : Image électrique de x(t).

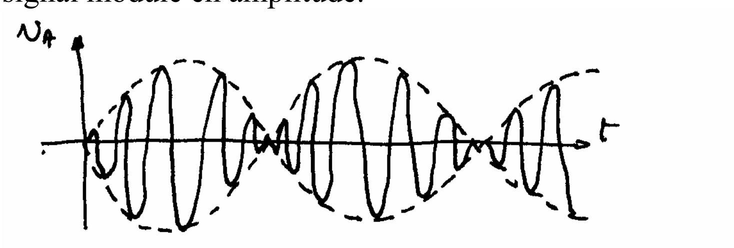
B1. $C = \varepsilon. S / d$ donc $C1 = \varepsilon.S / (e-x)$ et $C2 = \varepsilon.S / (e+x)$

B21. $\underline{Va} = \underline{E1} / [jC2w.(1/jC1w + 1/jc2w)] + \underline{E2} /[jC1w.(1/jC1w + 1/jC2w)]$
$\underline{Va} = (C1.E1 + C2.E2).1/(C1+C2)$

B22. $e1 = E.\sin(wo.t)$
$e2 = E.\sin(wo.t+\pi)$
$va = [C1.E / (C1+C2)].\sin(wo.t) + [C2.E / (C1+C2)].\sin(wo.t+\pi)$
$va = [(C1-C2) / (C1+C2)].E.\sin(wo.t)$

B23. $(C1-C2) / (C1+C2) = x/e$ et $va = (x.E /e).\sin(wo.t)$

B24. Avec $x = Xm.\sin(\Omega.t)$ où $wo>>\Omega$ $va = (E.Xm/e).\sin(wo.t) . \sin(\Omega.t)$ il s'agit d'un signal modulé en amplitude.



B31. $vb = va.e3 /E = (x.E /e).\sin(wo.t).\sin(wo.t +\varphi) = (x.E/2.e).[\cos\varphi - \cos(2wo.t +\varphi)]$

B32. Le filtre passe bas idéal de pulsation de coupure wo élimine le terme de pulsation 2.wo.
$Vc = (x.E / 2.e).\cos\varphi$ et pour une plus grande sensibilité on choisira $\varphi = 0$.

B33. $Vm = (\alpha.x.E / 2.e)$ et $Se = Vm / x = \alpha.E / 2.e = 2.10^6$ V/m

B41. Si K est fermé l'amplificateur est inverseur vb = -va.

B42. Si K est ouvert l'amplificateur est suiveur vb = va.

B43. vb = va si Cr>0 et vb = -va si Cr<0 donc vb = Cr.va.
Comme $va = (x.E /e).\sin(wo.t)$ et $v3 = E.\sin(wo.t)$ avec v3 de même signe que Cr, $vb = |va|$.

B44. $va = (x.E /e).\sin(wo.t).(4/\pi).\sum_{k=0}^{\infty} (1/2k+1).\sin[(2k+1).wo.t]$
$vb = (2.x.E /e.\pi).\sum_{k=0}^{\infty} (1/2k+1).\{\cos(2.k.wo.t) - \cos[(2k+1).wo.t]\}$

B45. $vb = (2.xo.E / \pi.e).[1 - \cos(2.wo.t) + 1/3 \cos(2.wo.t)]$
$vb = (2.xo.E / \pi.e).[1 - 2/3 \cos(2.wo.t)]$

B46. $\underline{Vm} / \underline{Vb}$ = (- R2 /jR1C2w) / (R2 + 1/jC2w) = (-R2/R1). / (1+jR2C2w) = Ho / (1+jw/w_2)
Où Ho = -R2/R1   et w_2 = 1 / R2C2.

B47. On veut une atténuation à wo de $0{,}1.10^{-2}.3/2 = 1 / (1+4wo^2/w_2^2)$, alors w2 = wo/330.

Partie C : Synthèse.

C1.   x = Ao.γ

C2.   Vm = Ho.2.x.E / π.e

C3.   Vm = Ho.2.E.Ao.γb / π.e   et   S = Ho.2.E.Ao / π.e exprimé en $V.s^2/m$.

C41. Ho = S.e.K.π /2.E.m = 62,3 = R2/R1

C42. Si C2 = 10nF, wo = $2\pi 10^5$ rd/s alors w_2 = 1/R2C2 = wo/ 330 et R2 = 47kΩ, R1 = 750Ω.

Partie D : Système asservi.

D11. En régime permanent Γb = E.A / (1 + SA) = 10.g.

D12. Pour une valeur de Γb = 20.g il faut E = 0,4V.

D13. e = 0,2.sin(Ω.t)
Γb(p) / E(p) = A / (1+σ.p) / [1 + A.S/(1+σ.p)] = [A/(1+A.S)] /[1 + p.σ/AS]
Γb(t) = $[0{,}2.A/(1+AS)] / [1+(\sigma\Omega/AS)^2]^{1/2}$. sin(Ω.t – φ) où φ = Arctg [σ.Ω / (1+A.S)]
Γb(t) = 7.g.sin(Ω.t – π/4)

D21. Si B(p) = 1/p l'erreur de régime permanent est nulle. (intégration dans la chaîne d'action)

D22. Γb(p) / E(p) = A/p.(1+σ.p) / [1+{A.S / p.(1+σ.p)}]A / (A.S + p + $\sigma.p^2$)
Si e = 0,2.sin(0,01.t), la pulsation est très faible devant 1/σ. Le système a le temps de répondre et la sortie suit la consigne avec la même évolution au cours du temps.
Γb(t) = (0,2/S).sin(Ω.t)