ATS 1998 - Corrigé

A Etude électrocinétique.

A1. Equations du mouvement

A11. La question est mal formulée… Mais pour avancer, les électriciens appellent « charge mécanique » les moments de force ou les efforts à vitesse stable. Ici sur la roue $\gamma c = R.M.g$.

A12. Le réducteur n'a pas de perte donc $\gamma r = \gamma.(\Omega/\Omega r)$.

A13. $\gamma = K.i$.

A14. Soit un moment d'inertie J par rapport à l'arbre moteur capable de mettre en jeu toute l'énergie cinétique répartie dans l'ensemble des masses en mouvement dans la chaîne cinématique.

$\frac{1}{2} J.\Omega^2 = \frac{1}{2} Jm.\Omega^2 + \frac{1}{2} Jr.\Omega^2 + \frac{1}{2} M.Vc^2$

$J = Jm + Jr/\lambda^2 + M.R^2/\lambda^2$

A15. Equations du mouvement de l'arbre moteur.

$Jd\Omega/dt = K.i - f.\Omega - M.R.g/\lambda$

$Jd\Omega/dt + f.\Omega = K.i - R.M.g/\lambda$

A16. En position haute $K.i = M.R.g/\lambda$

A2. Evaluation du couple moteur.

A21. De 0 à to, $\Omega = \Omega o.(t/to)$

$\gamma = K .i = f.\Omega + Jd\Omega/dt + R.M.g/\lambda$

$\gamma(t) = f.\Omega o.(t/to) + J\Omega o/to + R.M.g/\lambda$

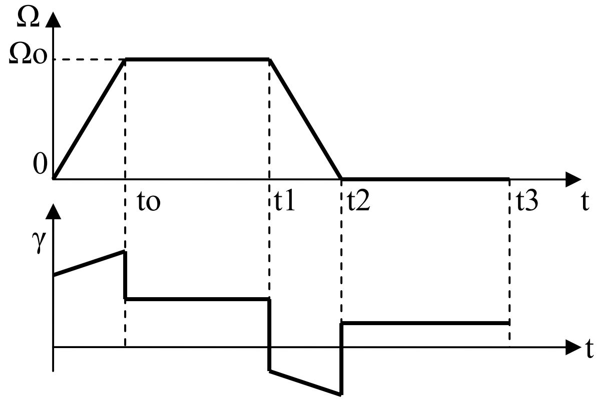
A22. De to à t1, $\Omega = \Omega o$ $\gamma(t) = f.\Omega o + R.M.g/\lambda$

A23. De t1 à t2, $\Omega = \Omega o.[1 - (t-t1)/(t2-t1)]$

$\gamma(t) = f.\Omega o.[1 - (t-t1)/(t2-t1)] - J.\Omega o/(t2-t1) + R.M.g/\lambda$

A24. De t2 à t3, $\Omega = 0$ $\gamma(t) = R.M.g/\lambda$

A25. Evolution de Ω et de γ en fonction du temps.

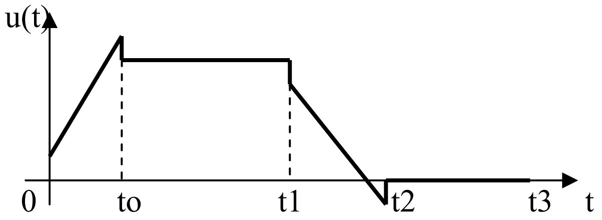


A3. Bilan de puissance.

A31. Equation de l'induit :

U = R.i + L.di/dt + E = R.i + E = R.i + K.Ω pour L = 0.

A32



A33. $Pj = R.Ieff^2 = R.(1/T \int_0^{t3} i^2dt$

A34. Puisque Ω = 0 à t = 0 et encore à t3, l'énergie cinétique est nulle sur cet intervalle de temps [0,t3]. Dans le système l'élévation d'une hauteur h de la masse M met en jeu une puissance Pm = M.g.h/t 3 qui est positive car en montée la masse M accumule une énergie potentielle (en réalité il y a en plus des pertes par frottement).

A35. η = Pm / (Pm + Pj + Pf) où Pf sont les pertes par frottement.

B. Asservissement de vitesse.

B1. Modélisation du système

B11 Avec γc = 0, R.M.g est négligé.

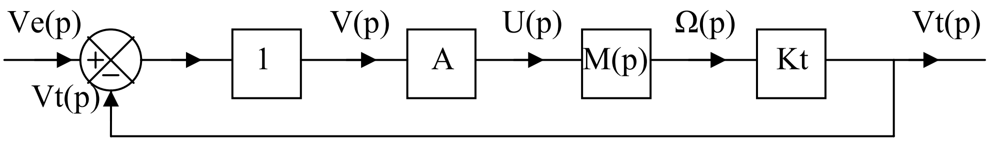
Γ = f.Ω + JdΩ/dt = K.i et u = R.i + K.Ω

u = K.Ω + (R.f/K).Ω + (R.J/K).dΩ/dt

B12. $M(p) = Ω(p)/U(p) = 1 / (K + R.f/K + R.J.p/K) = [K / (K^2 + R.f)] / [1 + R.J.p/(K^2 + R.f)]$

B13. $τm = R.J / (K^2 + R.f)$

B14.



B15. En boucle ouverte : $T(p) = Vt(p)/V(p) = [A.Kt.K/(K^2 + R.f)] / (1 + τm.p)$

$T(p) = To / (1 + τm.p)$ si $To = A.Kt.K /(K^2 + R.f)$

B16. En boucle fermée: H(p) = Vt(p)/Ve(p) = T(p)/(1+T(p)) =To/{(1+τmp)[1+To/(1+τmp)]}

H(p) = To / (1 + To + τmp) = [To/(1 + To)] / [1 + τmp/(To + 1)] = Ho / (1 + τf.p)

Si Ho = To / (1 + To) = 0,556 et τf = τm /(To + 1) = 4,4ms.

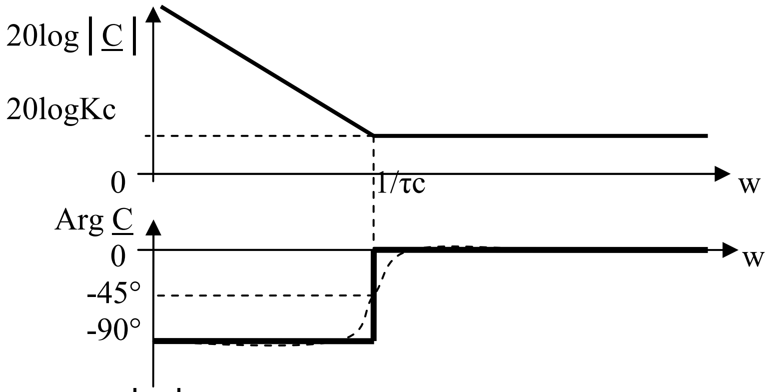
B17. Si Vo = 10Volts en regime établi Vto = Vo.Ho = 5,56Volts et l'erreur statique εo = Vo – Vto = 4,44Volts.

B18 . Pour dve/dt constant de valeur w, $d^2ve/dt^2 = 0$. D'autre part dve/dt = dvt/dt = w si la sortie vt suit l'évolution de la consigne ve.

En repassant aux signaux en fonction du temps depuis H(p), $vt(t) + \tau f.dvt(t)/dt = Ho.ve$. En dérivant, $dvt(t)/dt + \tau f.d^2vt(t)/dt^2 = Ho.w$.   On en déduit $dvt(t)/dt = w.Ho = 0{,}556.w$. Par conséquent la sortie vt(t) évolue avec une pente plus faible que la consigne ve(t). La sortie n'arrive donc pas à suivre la consigne. La notion de traînage n'a pas de sens ici.

B2. Correction de l'asservissement.

B21. $\underline{C} = (Kc / jw).(1 + j\tau c.w)$



B22. En régime établi $|\underline{C}|$ tend vers l'infini donc ε' = 0 pour une valeur de Vt.

B23. En boucle fermée :
$Vt(p)/Ve(p) = C(p)T(p) / [1+ C(p)T(p)] = (1+\tau cp) / [1 + p(1+ \tau cToKc/ToKc) + p^2(\tau m/ToKc)]$
D'où l'équation différentielle :
$Vt(t) + (1 + \tau cToKc/ToKc).dvt(t)/dt + \tau m/ToKc).d^2vt(t)/dt^2 = ve(t) + \tau c.dve(t)/dt$.
Mais dans le cas d'un traînage, $dvt(t)/dt = dve(t)/dt = W$ et $d^2vt(t)/dt^2 = 0$.
On en déduit l'erreur de traînage $vt(t) – ve(t) = (1/ToKc)\, dve(t)/dt = W/ToKc$.

B24. Si Wmaxi = 20V/s et εmaxi = 0,1Volt alors Kc = 160.

B25. Si $\tau m = \tau c$ le système est du 1° ordre :
$Vt(p)/ve(p)=ToKc/p)/(1+ToKc/p) = 1/(1+p/ToKc)$

B26. Alors la pulsation de coupure à -3dB est wco = ToKc.

B27. Pour annuler l'erreur de traînage il faut ajouter une action dérivée.

B3. Réalisation du correcteur.

B31. Pour que Vs = Vt – Ve, il faut R1 = R2.

B32. $V(p) = -Vs(p).(R + 1/p) / R'$ et $V(p)/vs(p) = - (1/R'.C.p).(1 + R.C.p)$

B33. $\tau c = R.C$ et $Kc = 1/R'.C$ on en déduit $R = \tau c/C = 100k\Omega$ et $R' = 1/(Kc.C) = 52{,}6k\Omega$.

B4. Filtrage du capteur de vitesse.

B41. Pour pouvoir considérer dans le modèle $Vt = Kt.\Omega$, il faut que $fo > 1/2\pi\tau m$.

B42. $V't(p)/Vt(p) = -1/(1+3RC_2p+R^2C_1C_2p^2)= -1/(1+2mp/wo+p^2/wo^2)$ (passe bas du 2°ordre).

B43. Les fréquences propre et de coupure à -3dB sont égales si $m = 1/\sqrt{2}$.

B44. $2\pi fo = 1/[R(C_1C_2)^{1/2}]$ et $m = 1/\sqrt{2} = (3/2).(RC2) / [R(C_1C_2)^{1/2}]$. On en déduit C_1 et C_2.